

Přijímací zkoušky z matematiky - varianta A1 (šk. rok. 2003/04)

1. Najděte všechna přirozená čísla n , pro která je

$$\log \frac{1}{n} > -1 .$$

2. Jestliže $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, určete znaménko čísel $\cos x$, $\sin 2x$, $\sin \frac{x}{2}$, $\operatorname{tg} 2x$, $\operatorname{cotg} x$.

3. Upravte výraz

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}},$$

jestliže $a \geq 0$, $b \geq 0$, $a \neq b$.

4. Určete definiční obor funkce:

$$f(x) = \frac{1}{9 - 3^{\frac{1}{x}}} .$$

5. Řešte rovnici

$$\frac{x \cdot \sqrt[12]{x^5}}{\sqrt[3]{x^4}} = 2 .$$

6. Řešte nerovnici $-2 < \frac{1}{x-1} < 0$.

7. Najděte kořeny polynomu $4x^3 - 12x^2 + 9x$ a polynom rozložte na součin kořenových činitelů.

8. Vypočítejte plochu kruhu vepsaného do rovnostranného trojúhelníka o straně $a = 20$ cm. Nakreslete obrázek.

9. Je přímka $x = -\frac{3}{2}$ tečnou kružnice $4x^2 + 4y^2 - 9 = 0$? Nakreslete obrázek.

10. Vypočítejte součet kořenů rovnice $x^2 - 7x + 4 = 0$.

Hodnocení: Všechny příklady po 10 bodech.

Přijímací zkoušky z matematiky - varianta A2 (šk. rok. 2003/04)

1. Najděte všechna přirozená čísla n , pro která je

$$\log \sqrt{n} \leq 1 .$$

2. Jestliže $x \in (\pi, \frac{3}{2}\pi)$, určete znaménka čísel $\cos x$, $\sin \frac{x}{2}$, $\sin 2x$, $\operatorname{tg} 2x$, $\operatorname{cotg} \frac{x}{2}$.

3. Upravte výraz

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}},$$

jestliže $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x \neq y$.

4. Určete definiční obor funkce:

$$f(x) = \frac{x}{4\sqrt{x} - 4} .$$

5. Řešte rovnici

$$\frac{\sqrt[5]{x^8}}{\sqrt[10]{x^7} \cdot x} = 3 .$$

6. Řešte nerovnici $-1 < \frac{1}{2-x} < 0$.

7. Najděte kořeny polynomu $4x^4 - 5x^2 + 1$ a polynom rozložte na součin kořenových činitelů.

8. Vypočítejte plochu kruhu opsaného rovnostrannému trojúhelníku o straně $a = 20$ cm. Nakreslete obrázek.

9. Je přímka $y = -2$ tečnou kružnice $9x^2 + 9y^2 - 4 = 0$? Nakreslete obrázek.

10. Vypočítejte součin kořenů rovnice $x^2 + 3x - 17 = 0$.

Hodnocení: Všechny příklady po 10 bodech.

Přijímací zkoušky z matematiky - varianta C1 (šk. rok. 2003/04)

1. Srovnejte podle velikosti čísla

$$\log_{\frac{1}{2}} 2, \log_4 2, \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4}, \log_4 8 .$$

2. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned} y \cdot \cotg x &= -1 \\ y \cdot \cos x &= -\frac{\sqrt{3}}{2} , \end{aligned}$$

kde $y > 0$, $x \in (0, 2\pi)$.

3. V následujícím příkladě uveďte podmínky existence a upravte výraz:

$$\frac{a + 5}{a - 2} - \frac{a + 5}{a + 3} .$$

4. Určete definiční obor a nakreslete graf funkce:

$$f(x) = |1 - x^2| .$$

5. V kvadratické rovnici $x^2 + ax - 9 = 0$ zvolte číslo a tak, aby rovnice měla za řešení opačná čísla. Obě řešení vypočtěte.

6. Řešte nerovnici $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} > 1$.

7. Zjistěte, kolik přirozených čísel n splňuje nerovnice $300 \leq 4n \leq 400$.

8. Určete stranu a krychle tak, aby její objem byl stejný jako objem koule s poloměrem $r = 2$.

9. Napište rovnice tečen ke kružnici $9x^2 + 9y^2 = 36$, které procházejí bodem $A = [-2, 2]$. Nakreslete obrázek!

10. Vypočtěte absolutní hodnoty kořenů rovnice $x^2 + 8x + 25 = 0$. Nakreslete kořeny v Gaussově rovině.

Hodnocení: Všechny příklady po 10 bodech.

Přijímací zkoušky z matematiky - varianta C2 (šk. rok. 2003/04)

1. Srovnajte podle velikosti čísla

$$\log_3 1, \log_{\frac{1}{3}} 3, \log_9 3, \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} .$$

2. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned} x \cdot \operatorname{tg} y &= 3 \\ x \cdot \operatorname{cotg} y &= 1 , \end{aligned}$$

kde $x < 0$, $y \in (0, \pi)$.

3. V následujících příkladech uveďte podmínky existence a upravte výraz:

$$\frac{x-2}{x+4} - \frac{x-2}{x-1} .$$

4. Určete definiční obor a nakreslete graf funkce:

$$f(x) = |x^2 - 4| .$$

5. V kvadratické rovnici $x^2 + 2x + b = 0$ zvolte číslo b tak, aby řešení rovnice byla čísla převrácená. Obě řešení vypočtete.

6. Řešte nerovnici $\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+1} < \frac{5}{2}$.

7. Zjistěte, kolik přirozených čísel n splňuje nerovnice $100 \leq 7n \leq 200$.

8. Určete poloměr r koule tak, aby její objem byl stejný jako objem krychle o straně $a = 3$.

9. Napište rovnice tečen ke kružnici $4x^2 + 4y^2 = 64$, které procházejí bodem $[4, 0]$. Nakreslete obrázek.

10. Určete argumenty kořenů rovnice $x^2 + 2x + 2 = 0$. Oba kořeny nakreslete v Gaussově rovině.

Hodnocení: Všechny příklady po 10 bodech.

Přijímací zkoušky z matematiky - varianta D1 (šk. rok. 2003/04)

1. Najděte všechna řešení rovnice

$$\log x + \log(x - 1) = \log 2 .$$

2. Uveďte podmínky existence a zjednodušte výraz

$$\frac{\cos x}{1 + \cos x} - \frac{\cos x}{1 - \cos x} .$$

3. Upravte výraz

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}}}{\frac{1}{\sqrt{a}}} + \frac{\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}}}{\frac{1}{\sqrt{b}}} ,$$

jestliže $a > 0$, $b > 0$.

4. Určete definiční obor a nakreslete graf funkce:

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{3 - x} .$$

5. Řešte nerovnici $\sqrt{x - 1} < 3$.

6. Řešte rovnici

$$\left(\frac{7}{4}\right)^{2x+2} \cdot \left(\frac{2}{49}\right)^{x+1} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-2x} = 1 .$$

7. Stranu čtverce zvětšíme o 50 % . O kolik % se zvětší jeho plocha?

8. Nakreslete čtyřúhelník vepsaný do kružnice s poloměrem 1 tak, aby jeho tři strany měly délku $\sqrt{2}$. Vypočtěte jeho plochu.

9. Nakreslete čtverec, který má jeden vrchol v bodě $[0, -2]$ a střed v počátku soustavy souřadnic a zjistěte, kolik v něm (uvnitř i na obvodě) leží bodů, jejichž souřadnice jsou celá čísla.

10. V Gaussově rovině nakreslete obrazy čísel $z = 1 - i$, \bar{z} , $-z$, z^2 a napište jejich argumenty.

Hodnocení: Všechny příklady po 10 bodech.

Přijímací zkoušky z matematiky - varianta D2 (šk. rok. 2003/04)

1. Najděte všechna řešení rovnice

$$\log(2x - 8) - \log(x - 2) = 1 .$$

2. Uveďte podmínky existence a zjednodušte výraz

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} - \frac{\cos x}{1 + \sin x} .$$

3. Upravte výraz

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{u}} + \frac{1}{\sqrt{v}}}{\frac{1}{\sqrt{u}}} + \frac{\frac{1}{\sqrt{u}} - \frac{1}{\sqrt{v}}}{\frac{1}{\sqrt{v}}} ,$$

jestliže $u > 0$, $v > 0$.

4. Určete definiční obor a nakreslete graf funkce:

$$f(x) = \frac{3x^2 + 2x}{x} .$$

5. Řešte nerovnici $\sqrt{1 - x} \leq 2$.

6. Řešte rovnici

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{2-2x} \cdot \left(\frac{25}{3}\right)^{x+1} \cdot 27^x = 15 .$$

7. Poloměr kruhu zmenšíme o 50 % . O kolik % se zmenší jeho plocha?

8. Nakreslete čtyřúhelník vepsaný do kružnice s poloměrem 1 tak, že jeho dvě protější strany mají délku 1 a zbývající dvě strany jsou stejně dlouhé. Vypočítejte jeho plochu.

9. Nakreslete kruh se středem v počátku soustavy souřadnic a poloměrem $\sqrt{2}$ a zjistěte, kolik v něm (uvnitř i na obvodě) leží bodů, jejichž souřadnice jsou celá čísla.

10. V Gaussově rovině nakreslete obrazy komplexních čísel $z = -1 + i$, \bar{z} , $-z$, z^2 a napište jejich argumenty.

Hodnocení: Všechny příklady po 10 bodech.

Přijímací zkoušky z matematiky - varianta E1 (šk. rok. 2003/04)

1. Vypočtete

$$\frac{\log_{\frac{1}{3}} 3 \cdot \log_9 3}{\log_3 3 - \log_{\frac{1}{9}} 3} .$$

2. Pro která $x \in \langle \frac{\pi}{2}, \pi \rangle$ platí $\operatorname{tg} x \geq \operatorname{cotg} x$?

3. Zjednodušte výraz:

$$\sqrt[6]{\frac{5 \cdot \sqrt[3]{3}}{6}} : \sqrt[3]{\frac{6 \cdot \sqrt{5}}{3 \cdot \sqrt{3}}} .$$

4. Určete definiční obor a nakreslete graf funkce:

$$f(x) = 2^{|x|+x} .$$

5. Řešte nerovnici

$$\left| \frac{x-1}{x+2} \right| \leq 0 .$$

6. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned} \frac{3x}{y} &= -9 , \\ \frac{x}{\sqrt{y}} &= -6 . \end{aligned}$$

7. Kolik přirozených čísel n , pro která je $100 < n < 600$, je dělitelných 6 ?
8. Nakreslete pravidelný šestiúhelník a rozdělte jej jednou úhlopříčkou na trojúhelník a pětiúhelník. Do obrázku zapište velikosti úhlů trojúhelníku i pětiúhelníku.
9. Strana AB obdélníka $ABCD$ leží na přímce $2x + y - 4 = 0$, jeho úhlopříčka AC leží na přímce $2x - y = 0$, střed obdélníka je v počátku souřadnic. Najděte souřadnice vrcholů A a C tohoto obdélníka. Dané přímky a body A, C nakreslete.
10. Napište takovou kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, aby jeden její kořen byl $x_1 = 7 - 5i$.

Hodnocení: Všechny příklady po 10 bodech.

Přijímací zkoušky z matematiky - varianta E2 (šk. rok. 2003/04)

1. Vypočtete

$$\frac{\log_2 4 - \log_{\frac{1}{2}} 4}{\log_4 1 + \log_{\frac{1}{4}} 2} .$$

2. Pro která $x \in \langle 0, \pi \rangle$ platí $\sin x > \cos x$?

3. Zjednodušte výraz:

$$\frac{\sqrt[8]{7 \cdot \sqrt{2}}}{\sqrt[6]{6}} : \sqrt[4]{\frac{3 \cdot \sqrt{7}}{2 \cdot \sqrt[4]{2^7}}} .$$

4. Určete definiční obor a nakreslete graf funkce:

$$f(x) = 2^{x - |x|} .$$

5. Řešte nerovnici $3 + |2x - 1| < 0$.

6. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned} x \cdot \sqrt{y} &= -4 , \\ xy &= -8 . \end{aligned}$$

7. Kolik přirozených čísel n , pro která je $n \in \langle 400, 700 \rangle$, je dělitelných 7 ?

8. Nakreslete pravidelný šestiúhelník o straně $a = 2$ cm a rozdělte jej jednou úhlopříčkou na trojúhelník a pětiúhelník. Vypočtete plochy trojúhelníka i pětiúhelníka.

9. Strana AB kosočtverce $ABCD$ leží na přímce $2x - y - 4 = 0$, jeho úhlopříčka AC leží na přímce $2x + y = 0$, střed kosočtverce je v počátku souřadnic. Najděte souřadnice vrcholů A a C tohoto kosočtverce. Dané přímky a body A , C nakreslete.

10. Kvadratická rovnice má řešení $x_1 = 6 - 5i$, $x_2 = -3 + 5i$. Jsou její koeficienty reálná čísla? Zdůvodněte.

Hodnocení: Všechny příklady po 10 bodech.

Přijímací zkoušky z matematiky - varianta G1 (šk. rok. 2003/04)

1. Řešte rovnici

$$\log_5 \frac{x^5}{125} + \log_5 \frac{25}{x^3} = 1 .$$

2. Najděte všechna řešení rovnice $\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x = 2$, která leží v intervalu $\langle 0, \pi \rangle$.

3. Upravte výraz

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{y}}} - \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}},$$

jestliže $x > 0$, $y > 0$, $x \neq y$.

4. Určete definiční obor funkce:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x^2 \cdot \sqrt{x}}.$$

5. Řešte soustavu rovnic

$$(3^x)^{\frac{1}{y}} = \frac{1}{3},$$

$$3^{x-y} = 9 .$$

6. Řešte nerovnici $\sqrt{x^2 + 4} \leq 2$.

7. Porovnejte podle velikosti následující dvojice čísel:

a) -3 , $-\pi$;

b) $2\sqrt{7}$, $7\sqrt{2}$;

c) je-li $a \in (-1, 0)$: a , a^2 ;

d) $\log 2$, $\log_2 2$,

e) $2i$, $3i$ (i je imaginární jednotka).

8. Nakreslete pětiúhelník vepsaný do kružnice s poloměrem 1 tak, aby tři jeho strany měly délku 1 a zbývající dvě (ne sousední) byly stejně dlouhé. Do obrázku zapište velikost jeho vnitřních úhlů.

9. Nakreslete kružnice $4x^2 + 4y^2 = 1$ a $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$ a pomocí obrázku nalezněte jejich společné body.

10. Najděte nejmenší přirozené číslo $n > 0$ tak, aby

$$(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)^n = 1 .$$

Hodnocení: Všechny příklady po 10 bodech.

Přijímací zkoušky z matematiky - varianta G2 (šk. rok. 2003/04)

1. Řešte rovnici

$$\log_3 \frac{x^3}{9} + \log_3 \frac{27}{x^2} = 1 .$$

2. Najděte všechna řešení rovnice $\cotg x + \operatorname{tg} x = -2$, která leží v intervalu $\langle 0, \pi \rangle$.

3. Upravte výraz

$$\frac{2}{\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}}} - \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}}},$$

jestliže $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$.

4. Určete definiční obor funkce:

$$f(x) = \sqrt{x^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} - x^2}.$$

5. Řešte soustavu rovnic $2^{x+y} = 2$, $\left(2^{\frac{1}{x}}\right)^y = 2$.

6. Řešte nerovnici $\sqrt{x^4 + 9} > x^2$.

7. Porovnejte podle velikosti následující dvojice čísel:

a) -2 , $-\sqrt{3}$;

b) $3\sqrt{5}$, $5\sqrt{3}$;

c) je-li $x < -1$: x , x^4 ;

e) 2^π , $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi}$,

d) $-2i$, i (i je imaginární jednotka).

8. Nakreslete pětiúhelník vepsaný do kružnice s poloměrem 1 tak, aby tři jeho strany měly délku 1 a zbývající dvě (sousední) byly stejně dlouhé. Do obrázku zapíšte velikost jeho vnitřních úhlů.

9. Nakreslete kružnice $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ a $x^2 + y^2 + 8x + 15 = 0$ a pomocí obrázku nalezněte jejich společné body.

10. Najděte nejmenší přirozené číslo $n > 0$ tak, aby

$$(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)^n = -1 .$$

Hodnocení: Všechny příklady po 10 bodech.